

# Hvordan vi ser det skjulte

Bjørn Jensen

DTU Compute

November 17, 2016

# Hvem er jeg?

- Bjørn Jensen, 26-årig jyde
- Afsluttede kandidat i august
- Begynder som PhD til januar

# Hvem er jeg?

- Bjørn Jensen, 26-årig jyde
- Afsluttede kandidat i august
- Begynder som PhD til januar

## Fun fact #1

Har samlet på tegneserier siden jeg var 11 år. Har lige under 1.000 bind fordelt på over 150 forskellige serier liggende.

# Hvem er jeg?

- Bjørn Jensen, 26-årig jyde
- Afsluttede kandidat i august
- Begynder som PhD til januar

## Fun fact #1

Har samlet på tegneserier siden jeg var 11 år. Har lige under 1.000 bind fordelt på over 150 forskellige serier liggende.

## Fun fact #2

Ved (næsten) alt der er værd at vide om Pokémon. Vandt Kælderbarens Pokémon pop-quiz egenhændigt.

# Hvem er jeg?

- Bjørn Jensen, 26-årig jyde
- Afsluttede kandidat i august
- Begynder som PhD til januar

## Fun fact #1

Har samlet på tegneserier siden jeg var 11 år. Har lige under 1.000 bind fordelt på over 150 forskellige serier liggende.

## Fun fact #2

Ved (næsten) alt der er værd at vide om Pokémon. Vandt Kælderbarens Pokémon pop-quiz egenhændigt.

## Fun fact #3

Har kørekort til både bil, motorcykel og lastbil.

# I dag ...

9:00-12:00 (nu!) Forelæsning og opgaveregning.

12:00-13:00 Frokostpause

13:00-14:30 CT-øvelse på Nanoteket

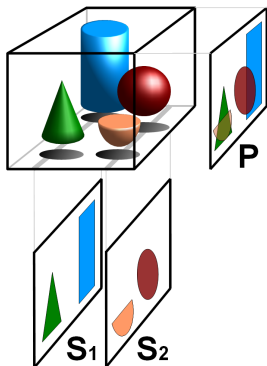
14:30-15:30 Præsentation af Todd Quinto

15:30-16:00 Løsninger på opgaver, spørgsmål, andet ...

# Indhold

- Hvad er tomografi? – Lidt historie.
- Hvordan fungerer en CT-skanner?
- Matematik!!
- Opgaver??

# Hvad er tomografi?



- "Studiet af snit"



# Hvad er tomografi?



*J. Radon*

- "Studiet af snit"
- Johann Radon, 1917: Radon-transformationenen

Det grundlæggende...

# Hvad er tomografi?



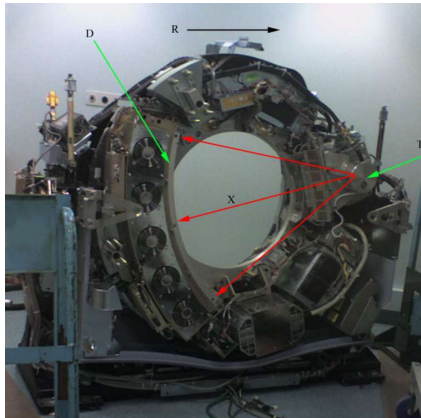
- "Studiet af snit"
- Johann Radon, 1917: Radon-transformationen
- CT-skanneren, ~1970 (Allan Cormack, Godfrey Hounsfield)

# Hvad er tomografi?

ij Youtube !!

Det grundlæggende...

# Hvordan fungerer en CT-skanner?



# Hvordan fungerer en CT-skanner?

- Parallel beam
- Fan beam

# Hvordan fungerer en CT-skanner?

- Parallel beam
- Fan beam
- Beer-Lamberts lov:  $I = I_0 \exp\left(-\int \mu(x, y) ds\right)$

# Hvad har vi brug for?

- Beskrive objekter
  - Funktioner af 2 variable
- Beskrive linier
  - Polære koordinater
  - Parameterfremstillinger
- Måle langs linier
  - Kurveintegraler
- Rekonstruere fra målinger
  - Back projection

# Funktioner af 2 variable

Funktioner af 1 variabel:  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = \sin(x)$$

Funktioner af 2 variable:  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

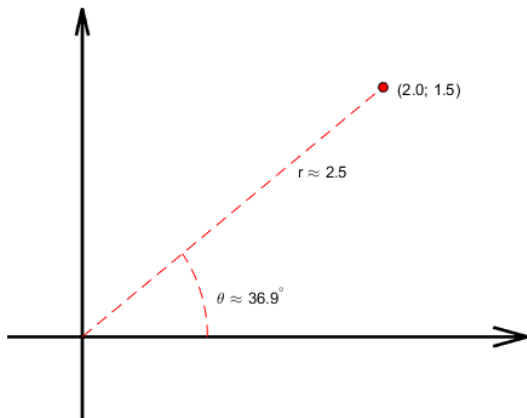
$$g(x, y) = x^3 + ax + b - y^2$$

$$g(x, y) = \cos(x) + \sin(y)$$

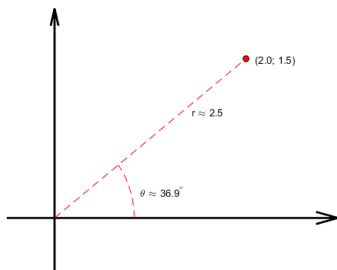
\*MATLAB Animation\*



# Polære koordinater



# Polære koordinater



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

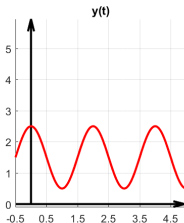
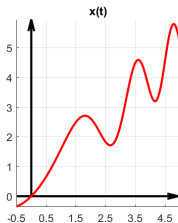
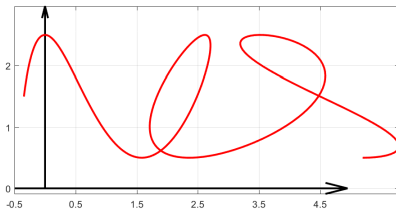
$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

# Parameterfremstilling

En kurve  $C$  i  $xy$ -koordinatsystemet kan beskrives ved dens bevægelse langs  $x$ - og  $y$ -aksen.

# Parameterfremstilling

En kurve  $C$  i  $xy$ -koordinatsystemet kan beskrives ved dens bevægelse langs  $x$ - og  $y$ -aksen.



# Parameterfremstilling

En linie i  $xy$ -planen

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

# Parameterfremstilling

## Linien $\ell_{\rho,\theta}$

Vi definerer  $\ell_{\rho,\theta}$  som linien der består af alle løsninger til

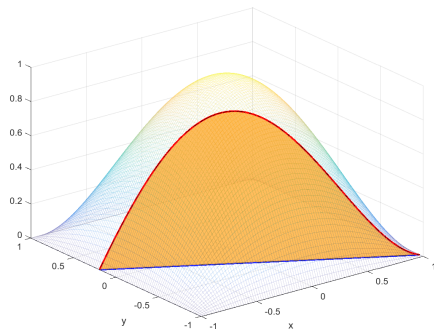
$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho.$$

Den har parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}_{\ell_{\rho,\theta}}(t) = \rho \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$$

# Kurveintegraler

# Kurveintegraler

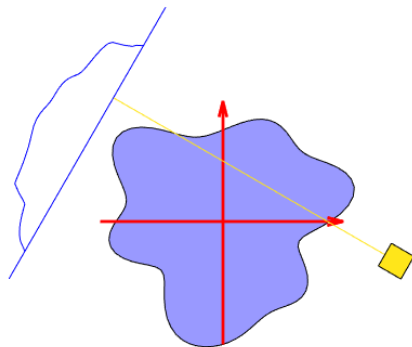


$$g(x, y) = (1 - x^2)(1 - y^2), \quad x, y \in [-1, 1]$$

$$\ell_{\rho, \theta} : \rho = -\frac{1}{3}, \quad \theta = \frac{\pi}{3}$$



# Profilkurven



$$p_{\theta}(\rho) = \int_{\ell_{\rho, \theta}} g(x, y) ds$$

# Radontransformation

$$\mathcal{R}g(\rho, \theta) = p_\theta(\rho) = \int_{\ell_{\rho, \theta}} g(x, y) ds$$

\*MATLAB\*

# Rekonstruktion

Lad  $r(\rho, \theta)$  være Radontransformationen af en funktion.

Back projection

$$\widehat{g}(x, y) = \mathcal{B}r(x, y) = \int_0^\pi r(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta.$$

# Rekonstruktion

Lad  $r(\rho, \theta)$  være Radontransformationen af en funktion.

## Back projection

$$\hat{g}(x, y) = \mathcal{B}r(x, y) = \int_0^\pi r(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta.$$

## Filtered Back projection

$$\hat{g}(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint r(\rho, \theta) e^{i\omega(x \cos \theta + y \sin \theta - \rho)} \omega d\rho d\omega d\theta$$